



# 1. Kurzfragen zu Elektrotechnik 1 (18 Punkte)

KF1) Sie saugen mit einem kabellosen Staubsauger Ihre Wohnung. Dieser hat eine Leistung von 500 W und der Akku sei voll geladen. 3 P.

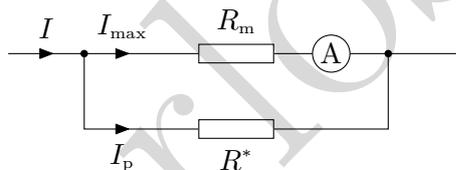
a) Berechnen Sie die Kosten für den Betrieb von 12 min bei einem Preis von 30 ct/kWh.

$$E = P \cdot t = 500 \text{ W} \cdot 12 \text{ min} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 0,1 \text{ kWh}$$
$$K = E \cdot k = 0,1 \text{ kWh} \cdot 30 \frac{\text{ct}}{\text{kWh}} = 3 \text{ ct} = 0,03 \text{ €}$$

b) Bestimmen Sie die Ladedauer, wenn der Staubsaugerakku danach mit 50 W wieder voll geladen wird. Es wird angenommen, dass der Ladevorgang einen Wirkungsgrad von 95 % hat.

$$t = \frac{E_{\text{laden}}}{P_{\text{laden}}} = \frac{E}{\eta \cdot P_{\text{laden}}} = \frac{0,1 \text{ kWh}}{0,95 \cdot 50 \text{ W}} = 2,11 \text{ h} = 126,32 \text{ min}$$

KF2) Sie möchten mit einem Amperemeter ( $I_{\text{max}} = 5 \text{ A}$ ,  $R_m = 3 \text{ m}\Omega$ ) einen Strom von  $I = 35 \text{ A}$  messen. **Leiten** Sie eine Formel zur Bestimmung eines Widerstandes für eine Messbereichserweiterung her **und bestimmen** Sie den benötigten Widerstand  $R^*$ . Zeichnen Sie auch für diesen Fall ein vollständig beschriftetes Ersatzschaltbild. 3 P.



$$U = R_m \cdot I_{\text{max}} = R^* \cdot I_p$$

$$\text{mit: } I_p = I - I_{\text{max}}$$

$$R^* = R_m \cdot \frac{I_{\text{max}}}{I - I_{\text{max}}}$$

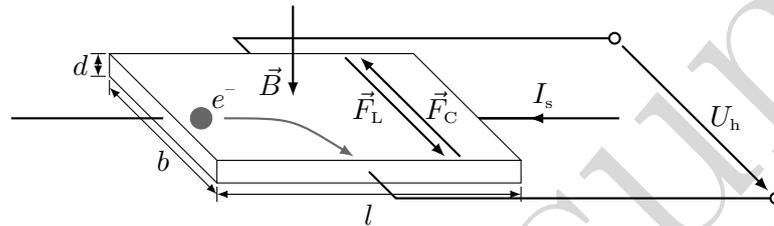
$$R^* = 3 \text{ m}\Omega \cdot \frac{5 \text{ A}}{35 \text{ A} - 5 \text{ A}} = 0,5 \text{ m}\Omega$$

- KF3) Zwischen den Platten eines als homogen angenommenen Kondensators mit einem Plattenabstand von  $d = 10 \text{ mm}$  und einer Plattenfläche von  $A = 25 \text{ cm}^2$  wird eine Spannung  $U = 10 \text{ V}$  gemessen. Zwischen den Platten befindet sich Porzellan mit einer Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r = 7$ . Bestimmen Sie die Kapazität des Kondensators sowie die elektrische Feldstärke zwischen den beiden Platten. 2 P.

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 7 \cdot \frac{25 \text{ cm}^2}{10 \text{ mm}} = 15,5 \text{ pF}$$

$$E = \frac{U}{d} = \frac{10 \text{ V}}{0,01 \text{ m}} = 1 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

- KF4) Für die Messung magnetischer Felder werden üblicherweise Hallsonden verwendet. Das grundlegende Prinzip ist in folgender Abbildung dargestellt. 3 P.



An den Klemmen der Hallsonde lässt sich eine konstante Spannung  $U_h$  messen, wenn die Lorentz- und Coulomb-Kraft im Gleichgewicht sind.

Gegeben sind folgende Werte:

$$l = b = 3,5 \text{ cm} \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad I_s = 5 \text{ A}$$

$$d = 0,05 \text{ mm} \quad n = 1,25 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3} \quad U_h = 25 \text{ mV}$$

- a) Geben Sie eine Formel zur Bestimmung der Lorentzkraft mit den gegebenen Größen an.

$$F_L = I_s \cdot l \cdot B$$

- b) Die Coulomb-Kraft ist gegeben durch

$$F_C = n \cdot V \cdot e \cdot E_h$$

wobei  $V$  das Volumen der Hallsonde ist und  $E_h$  die elektrische Feldstärke zwischen den beiden Seiten, an denen die Hallspannung gemessen wird.

Bestimmen Sie die magnetische Flussdichte  $B$  für die obige Messanordnung.

$$F_L = F_C$$

$$I \cdot l \cdot B = n \cdot V \cdot e \cdot E_h$$

$$I \cdot l \cdot B = n \cdot l \cdot b \cdot d \cdot e \cdot \frac{U_h}{b}$$

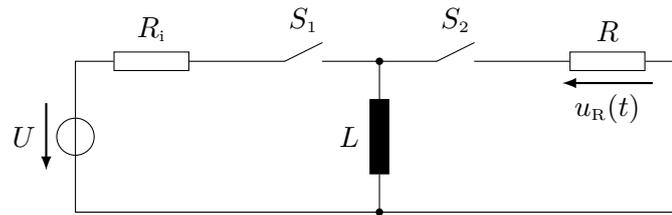
$$B = \frac{n \cdot e \cdot d \cdot U_h}{I}$$

$$B = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,25 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3} \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 25 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{5 \text{ A}} = 0,5 \text{ T}$$

KF5) Gegeben ist folgende Ersatzschaltung.

3 P.

$$U = 10 \text{ V} \quad , \quad R_i = 4 \Omega \quad , \quad R = 2 \Omega \quad , \quad L = 150 \text{ mH}$$

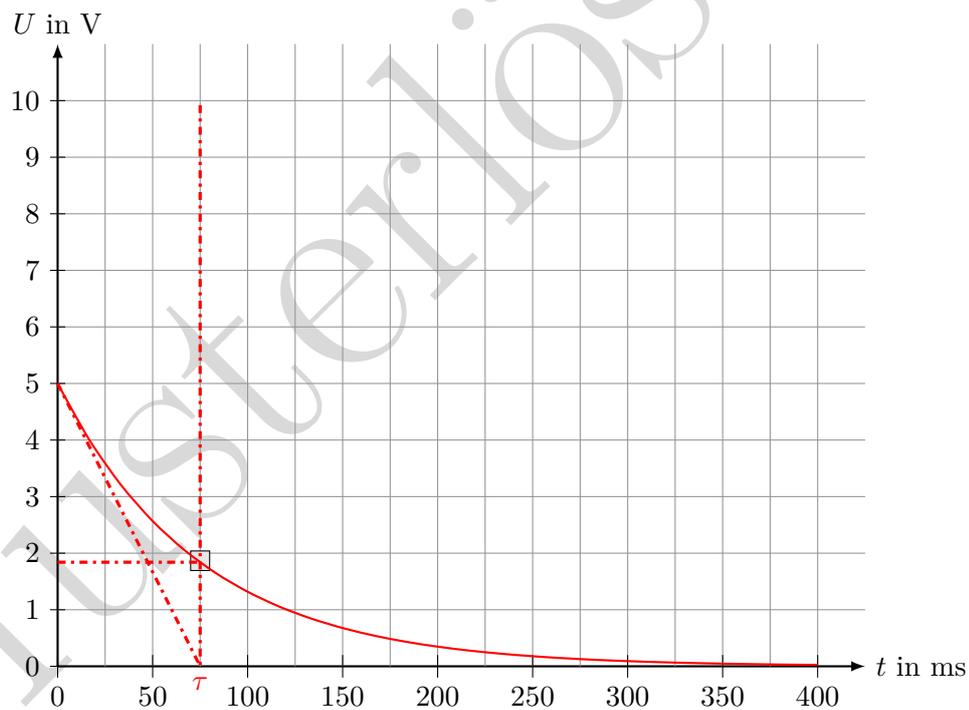


Zunächst ist der Schalter  $S_1$  geschlossen und die Induktivität mit der Spannungsquelle  $U$  verbunden (Schalter  $S_2$  ist geöffnet). Nachdem diese vollständig aufgeladen wurde, wird der Schalter  $S_1$  geöffnet und der Schalter  $S_2$  geschlossen, sodass sich die Induktivität entladen kann.

a) Berechnen Sie die Zeitkonstante  $\tau$  für den Entladevorgang.

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{150 \text{ mH}}{2 \Omega} = 75 \text{ ms}$$

b) Zeichnen Sie in das vorgegebene Diagramm den Spannungsverlauf am Widerstand  $u_R(t)$  des Entladevorgangs. Tragen Sie **auch** die Zeitkonstante in das Diagramm ein!



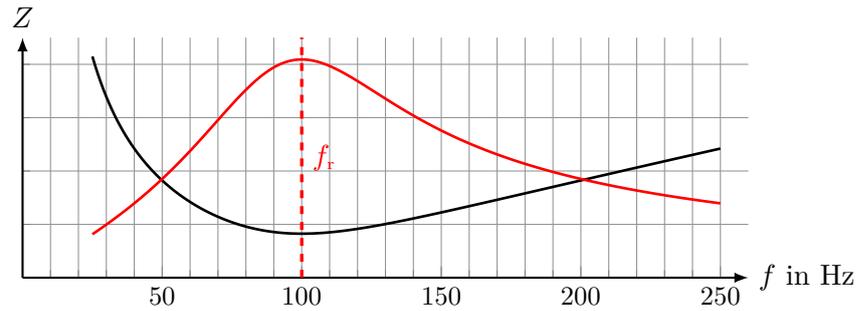
**Erläuterung:**

$$I_{1\infty} = I_{20} = \frac{U}{R_i} = \frac{10 \text{ V}}{4 \Omega} = 2,5 \text{ A}$$

$$U_{20} = I_{20} \cdot R = 2,5 \text{ A} \cdot 2 \Omega = 5 \text{ V}$$

KF6) Gegeben ist folgendes Impedanz-Frequenz-Diagramm.

4 P.



- a) Tragen Sie die Resonanzfrequenz in den Verlauf der Impedanz ein **und** geben Sie diese an.

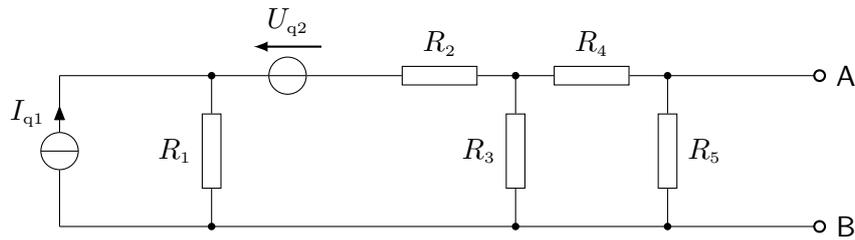
$$f_{\text{res}} = 100 \text{ Hz}$$

- b) Tragen Sie qualitativ den Verlauf des Strombetrags bei konstantem Spannungsbetrag in obige Abbildung ein.
- c) Welche Schaltung wird durch den dargestellten Verlauf abgebildet? Begründen Sie Ihre Antwort!

Es handelt sich um eine RLC-Reihenschaltung (Saugkreis), da die Impedanz der Gesamtschaltung minimal wird, weil nur der ohmsche Widerstand wirksam bleibt .

## 2. Gleichstrom (22 Punkte)

Gegeben ist das folgende Netzwerk:



Folgende Werte sind gegeben:

$$I_{q1} = 4 \text{ A} \quad U_{q2} = 10 \text{ V}$$

$$R_1 = 1 \Omega \quad R_2 = 3 \Omega \quad R_3 = 4 \Omega \quad R_4 = 5 \Omega \quad R_5 = 7 \Omega$$

### Aufgaben:

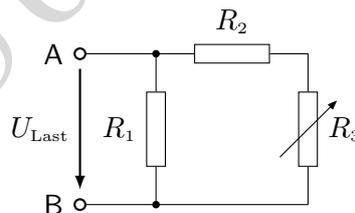
GS1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. *Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung.* 4 P.

GS2) Wandeln Sie das gegebene Netzwerk in eine Ersatzstromquelle bezüglich der Klemmen A und B um. Geben Sie das Ersatzschaltbild und die charakteristischen Größen ( $R_i$ ,  $U_0$  und  $I_K$ ) an. 6 P.

An eine Ersatzspannungsquelle mit einer Leerlaufspannung von  $U_0 = 23 \text{ V}$  und einem Innenwiderstand von  $R_i = 2 \Omega$  wird ein Lastwiderstand  $R_{\text{Last}}$  angeschlossen.

GS3) Bestimmen Sie  $R_{\text{Last}}$ , sodass ein Strom fließt, der dem halben Kurzschlussstrom entspricht. 2 P.

An die Ersatzspannungsquelle ( $U_0 = 23 \text{ V}$ ,  $R_i = 2 \Omega$ ) wird folgendes Netzwerk als Last angeschlossen:



Gegeben sind die nicht-variablen Widerstände  $R_1 = 3 \Omega$  und  $R_2 = 1 \Omega$ .

GS4) Bestimmen Sie  $R_3$ , sodass an der gesamten Last die halbe Leerlaufspannung abfällt. Wie heißt dieser Betriebsfall? Wie ändert sich die Leistung an der Last, wenn der Gesamtwiderstand größer bzw. kleiner wird? (nur GET) 6 P.

Die oben gegebene Ersatzspannungsquelle ( $U_0 = 23 \text{ V}$ ,  $R_i = 2 \Omega$ ) bildet ein Ladegerät für einen akkubetriebenen Staubsauger ab. Der Staubsauger kann beim Laden durch einen Widerstand von  $R_S = 3 \Omega$  abgebildet werden.

GS5) Legen Sie einen Vorwiderstand so aus, sodass die Leistung an  $R_S$  auf die Ladeleistung von  $P_{\text{Lade}} = 48 \text{ W}$  beschränkt wird und zeichnen Sie das zugehörige Ersatzschaltbild. 4 P.

## Lösung

GS1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

GS2) Umwandlung in Ersatzstromquelle:

- Innenwiderstand  $R_i$  bestimmen:

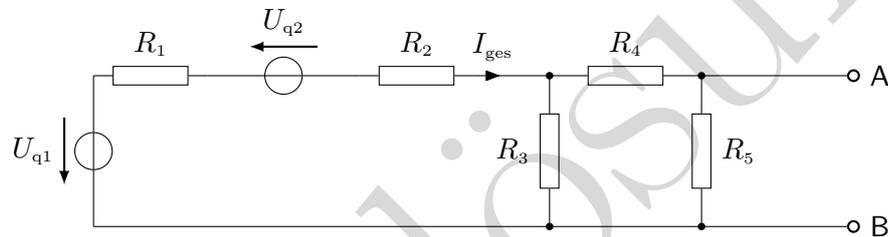
$$R_i = \left( \left( (R_1 + R_2) \parallel R_3 \right) + R_4 \right) \parallel R_5$$

$$= \left( \left( (1 \Omega + 3 \Omega) \parallel 4 \Omega \right) + 5 \Omega \right) \parallel 7 \Omega = 3,5 \Omega$$

- Umwandlung  $I_{q1}$  und  $R_1$  in Ersatzspannungsquelle:

$$U_{q1} = R_1 \cdot I_{q1} = 1 \Omega \cdot 4 \text{ A} = 4 \text{ V}$$

- neues ESB:



**1. Möglichkeit:** zuerst  $U_0$  bestimmen

- Bestimmung Leerlaufspannung:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3 \parallel (R_4 + R_5) = 1 \Omega + 3 \Omega + 4 \Omega \parallel (5 \Omega + 7 \Omega) = 7 \Omega$$

$$I_{\text{ges}} = \frac{U_{q1} + U_{q2}}{R_{\text{ges}}} = \frac{4 \text{ V} + 10 \text{ V}}{7 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$I_{45} = I_{\text{ges}} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4 + R_5} = 2 \text{ A} \cdot \frac{4 \Omega}{4 \Omega + 5 \Omega + 7 \Omega} = 0,5 \text{ A}$$

$$U_0 = U_{R5} = I_{45} \cdot R_5 = 0,5 \text{ A} \cdot 7 \Omega = 3,5 \text{ V}$$

- Berechnung Kurzschlussstrom:

$$I_K = \frac{U_0}{R_i} = \frac{3,5 \text{ V}}{3,5 \Omega} = 1 \text{ A}$$

**2. Möglichkeit:** zuerst  $I_K$  bestimmen

- Bestimmung Kurzschlussstrom:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3 \parallel R_4 = 1 \Omega + 3 \Omega + 4 \Omega \parallel 5 \Omega = 6,2 \Omega$$

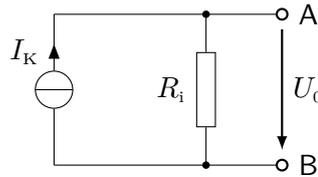
$$I_{\text{ges}} = \frac{U_{q1} + U_{q2}}{R_{\text{ges}}} = \frac{4 \text{ V} + 10 \text{ V}}{6,2 \Omega} = 2,25 \text{ A}$$

$$I_K = I_{\text{ges}} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 2,25 \text{ A} \cdot \frac{4 \Omega}{4 \Omega + 5 \Omega} = 1 \text{ A}$$

- Berechnung Leerlaufspannung:

$$U_0 = I_K \cdot R_i = 1 \text{ A} \cdot 3,5 \Omega = 3,5 \text{ V}$$

- ESB und charakteristische Größen:



$$R_i = 3,5 \Omega$$

$$U_0 = 3,5 \text{ V}$$

$$I_K = 1 \text{ A}$$

GS3) Auslegung  $R_{\text{Last}}$ , sodass  $I_{\text{Last}} = \frac{I_K}{2}$ :

$$\begin{aligned} I_{\text{Last}} &= \frac{U_0}{R_i + R_{\text{Last}}} = \frac{I_K}{2} = \frac{U_0}{2R_i} \\ &\rightarrow R_i + R_{\text{Last}} = 2R_i \\ &\rightarrow R_{\text{Last}} = R_i = 2 \Omega \end{aligned}$$

GS4) Auslegung  $R_3$ , sodass  $U_{\text{Last}} = \frac{U_0}{2}$ :

$$\begin{aligned} R_{\text{Last}} &\stackrel{!}{=} R_i = 2 \Omega \\ R_{\text{Last}} &= R_1 \parallel (R_2 + R_3) = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \stackrel{!}{=} R_i \\ R_i \cdot (R_1 + R_2 + R_3) &= R_1 \cdot (R_2 + R_3) \\ R_i \cdot (R_1 + R_2) - R_1 \cdot R_2 &= (R_1 - R_i) \cdot R_3 \\ R_3 &= \frac{R_i \cdot (R_1 + R_2) - R_1 \cdot R_2}{R_1 - R_i} = \frac{2 \Omega \cdot (3 \Omega + 1 \Omega) - 3 \Omega \cdot 1 \Omega}{3 \Omega - 2 \Omega} = 5 \Omega \end{aligned}$$

Dieser Betriebsfall heißt Leistungsanpassung (maximale Leistung).

Ändert sich der Lastwiderstand, wird die Leistung an der Last kleiner.

GS5) Auslegung eines Vorwiderstandes für ein Ladegerät:

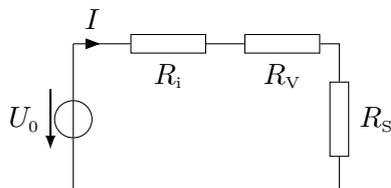
- Berechnung des notwendigen Stroms:

$$\begin{aligned} P_{\text{Lade}} &= I_{\text{Lade}}^2 \cdot R_S \\ \rightarrow I_{\text{Lade}} &= \sqrt{\frac{P_{\text{Lade}}}{R_S}} = \sqrt{\frac{48 \text{ W}}{3 \Omega}} = 4 \text{ A} \end{aligned}$$

- Berechnung des notwendigen Vorwiderstandes:

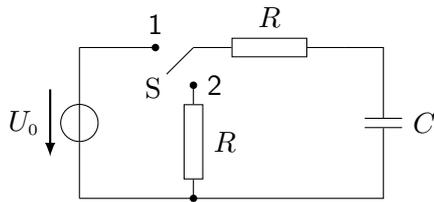
$$\begin{aligned} U_0 &= I_{\text{Lade}} \cdot (R_i + R_V + R_S) \\ \rightarrow R_V &= \frac{U_0}{I_{\text{Lade}}} - R_i - R_S = \frac{23 \text{ V}}{4 \text{ A}} - 2 \Omega - 3 \Omega = 0,75 \Omega \end{aligned}$$

- Ersatzschaltbild

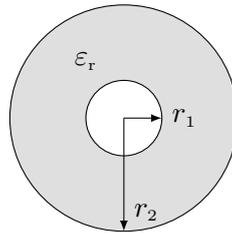


### 3. Elektrisches Feld (22 Punkte)

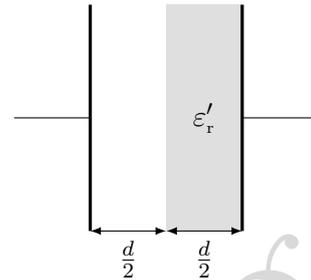
Gegeben ist folgende Schaltung aus einem **Kugelkondensator** und ohmschen Widerständen.



a) Schaltbild



b) Kugelkondensator



c) Plattenkondensator mit halbseitigem Dielektrikum

Auf Schalterstellung 1 wird der Kondensator über die Spannungsquelle geladen, auf Schalterstellung 2 wird dieser entladen. Folgende Werte sind gegeben:

$$U_0 = 20 \text{ V}$$

$$R = 5 \Omega$$

$$r_1 = 1 \text{ cm}$$

$$r_2 = 4 \text{ cm}$$

$$\epsilon_r = 10$$

#### Aufgaben:

*Hinweis:*  $A_{\text{Kugel}} = 4\pi r^2$

- EF1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. *Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung.* 4 P.
- EF2) Leiten Sie die Gleichung für die Kapazität des **Kugelkondensators** (Abb. b) her und berechnen Sie diese! 5 P.
- EF3) Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der elektrischen Feldstärke im Kondensator zwischen  $r_1$  und  $r_2$  in ein geeignetes Diagramm. (nur GET) 2 P.
- EF4) Stellen Sie jeweils die Maschengleichung für den Einschalt- und Ausschaltvorgang auf (Abb. a) und bilden Sie daraus jeweils die Differenzialgleichung der Kondensatorspannung. 2 P.

Nun wird ein Plattenkondensator mit einer Kapazität ohne Dielektrikum von  $C = 1 \text{ mF}$  verwendet.

- EF5) Durch ein in die rechte Hälfte des Kondensators eingeschobenes Dielektrikum (Abb. c) wird die Kapazität auf  $C' = 1,5 \text{ mF}$  erhöht. Bestimmen Sie die Permittivität  $\epsilon'_r$  des Dielektrikums. (nur GET) 4 P.
- EF6) Zeichnen Sie den Verlauf der Kondensatorspannung bei  $C = 1 \text{ mF}$  beim Ein- und Ausschaltvorgang (Abb. a) in ein **ein** Diagramm. Verwenden Sie folgende Maßstäbe:  $4 \text{ V} \hat{=} 1 \text{ cm}$  &  $10 \text{ ms} \hat{=} 1 \text{ cm}$ . Das Diagramm soll auch den Zeitpunkt zeigen, bei dem alle Ausgleichsvorgänge abgeschlossen sind. 5 P.

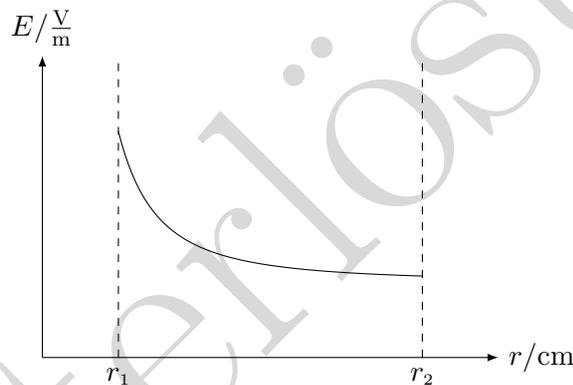
## Lösung

EF1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

EF2) Kapazität des Kugelkondensators:

$$D = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2}$$
$$E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$
$$U = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{r} \Big|_{r_1}^{r_2} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \left( \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2} \right)$$
$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\varepsilon \left( \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1} \right) = 4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 10 \cdot \left( \frac{0,01 \text{ m} \cdot 0,04 \text{ m}}{0,04 \text{ m} - 0,01 \text{ m}} \right)$$
$$= 1,48 \cdot 10^{-11} \text{ F} = 14,8 \text{ pF}$$

EF3) Verlauf der elektrischen Feldstärke:



EF4) Maschen- und Differentialgleichung:

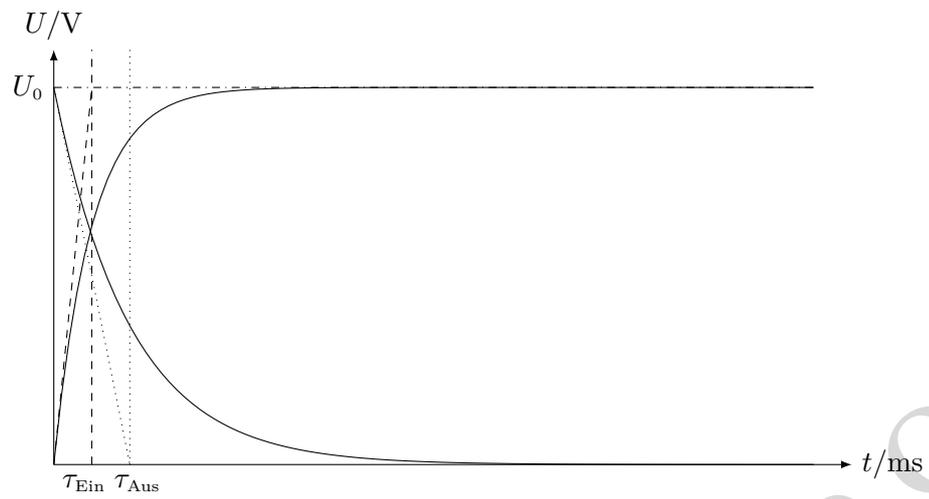
$$U_0 = u_R(t) + u_C(t) = R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$
$$0 = u_R(t) + u_C(t) = 2 \cdot R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

EF5) Berechnung  $\varepsilon'_r$ :

$$C' = \frac{\varepsilon_0 \cdot \frac{A}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon'_r \cdot \frac{A}{2}}{\varepsilon_0 \cdot \frac{A}{2} + \varepsilon_0 \cdot \varepsilon'_r \cdot \frac{A}{2}} = 2C \cdot \frac{\varepsilon'_r}{1 + \varepsilon'_r}$$
$$\Rightarrow \varepsilon'_r = \frac{C'}{2C - C'} = \frac{1,5 \text{ mF}}{2 \cdot 1 \text{ mF} - 1,5 \text{ mF}} = 3$$

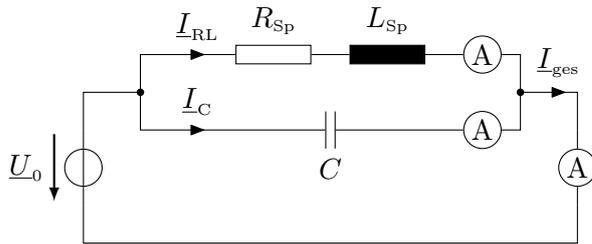
EF6) Kondensatorspannung:

$$\tau_{\text{Ein}} = R \cdot C = 5 \Omega \cdot 1 \text{ mF} = 5 \text{ ms}$$
$$\tau_{\text{Aus}} = 2 \cdot R \cdot C = 2 \cdot 5 \Omega \cdot 1 \text{ mF} = 10 \text{ ms}$$



#### 4. Wechselstrom (22 Punkte)

Gegeben ist die folgende Parallelschaltung aus einer Kapazität und einer technischen Induktivität.



Folgende Werte sind gegeben:

$$L_{Sp} = 1200 \text{ mH}$$

$$C = 680 \text{ nF}$$

##### Aufgaben:

WS1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. *Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung.* 4 P.

Die Schaltung wird bei Betragresonanzfrequenz  $f_{res} = 162,75 \text{ Hz}$  betrieben, sodass  $I_{RL} = I_C$  gilt. Die angeschlossenen Amperemeter zeigen bei einer Spannung von  $\underline{U}_0 = 10 \text{ V} \cdot e^{j30^\circ}$  folgende Werte:

$$I_{RL} = 6,95 \text{ mA}$$

$$I_C = 6,95 \text{ mA}$$

$$I_{ges} = 3,77 \text{ mA}$$

WS2) Zeichnen Sie in das **vorgegebene Zeigerdiagramm** auf der **nächsten Seite** die Ströme  $\underline{I}_{RL}$  und  $\underline{I}_C$  ein. Bestimmen Sie auch den Phasenwinkel der Schaltung und geben Sie an, wie sich die Schaltung verhält. 4 P.

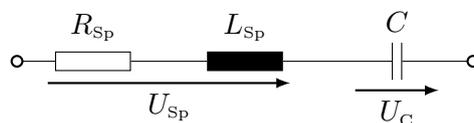
WS3) Bestimmen Sie den ohmschen Widerstand der Spule. 2 P.

Die Frequenz der Eingangsspannung wird nun geändert, sodass sich für die Schaltung ein Phasenwinkel  $\varphi = 0^\circ$  ergibt und diese somit bei Phasenresonanzfrequenz betrieben wird.

WS4) Bestimmen Sie für die Parallelschaltung mit den gegebenen Bauteilwerten die Phasenresonanzfrequenz  $f_{res}$  **und** den Phasenwinkel  $\varphi_{Sp}$  des Spulenstromes, der sich zwischen  $\underline{U}_0$  und  $\underline{I}_L$  für diesen Betriebsfall einstellt. Für den Spulenwiderstand gilt:  $R_{Sp} = 750 \Omega$ . 6 P.

**Hinweis:**  $\text{Im}\{\underline{Y}\} = 0$ .

Für die folgende Teilaufgabe wird nun eine **Reihenschaltung** aus einer technischen Induktivität und einer Kapazität mit unbekanntem Bauteilgrößen betrachtet. Die Schaltung wird bei Phasenresonanzfrequenz betrieben.



Folgende Werte wurden mit einem Weicheisenmessgerät ermittelt:

$$U_0 = 10 \text{ V}$$

$$U_C = 12,08 \text{ V}$$

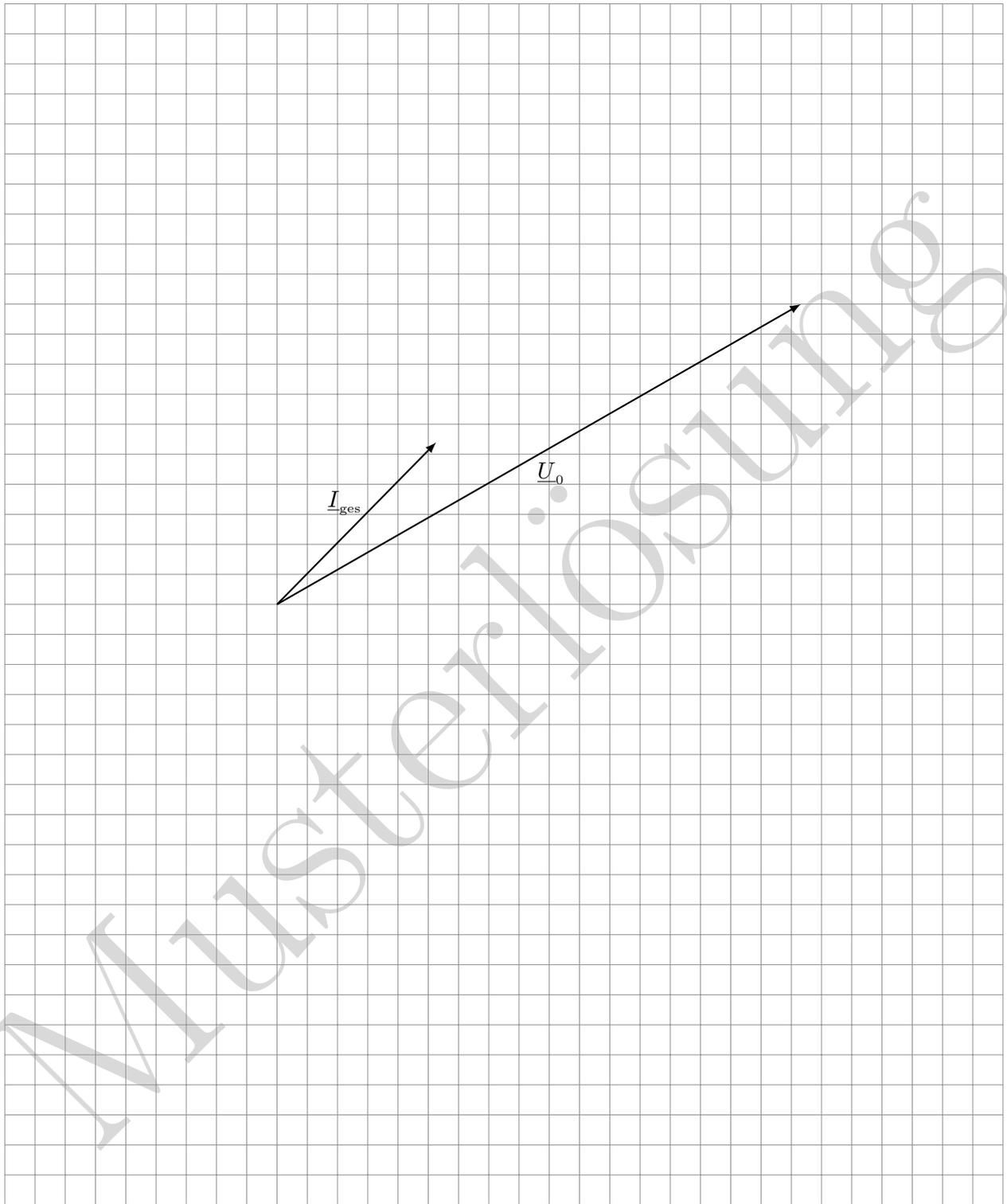
$$I = 18,18 \text{ mA}$$

WS5) Zeichnen Sie ein qualitatives Zeigerbild für den vorliegenden Versuch. (nur GET) 2 P.

WS6) Berechnen Sie die Spannung an der Spule  $\underline{U}_{Sp}$  nach Betrag und Phase sowie den ohmschen Widerstand  $R_{Sp}$  und die Reaktanz der Induktivität  $X_{Sp}$ . (nur GET) 4 P.

**Zeigerbild zu Aufgabenteil WS2:**

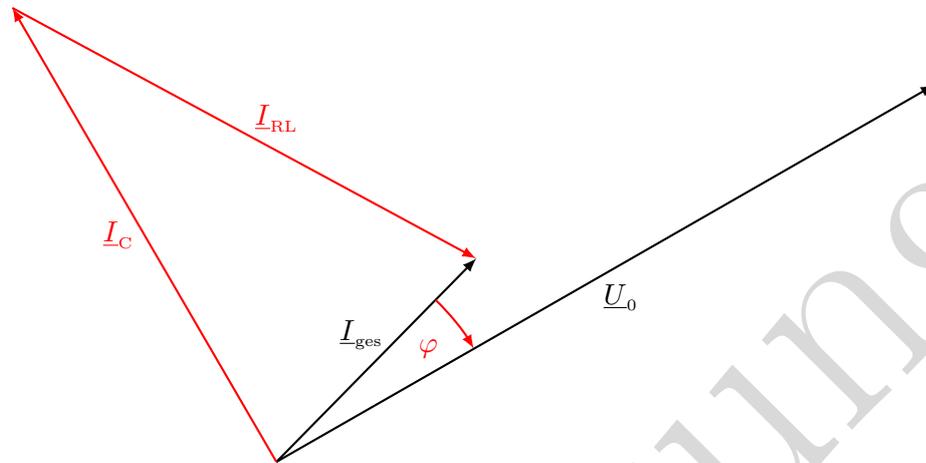
Verwenden Sie folgenden Maßstab:  $1 \text{ V} \hat{=} 1 \text{ cm}$  und  $1 \text{ mA} \hat{=} 1 \text{ cm}$



## Lösung

WS1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

WS2) Zeigerdiagramm:



$$\varphi = -16^\circ$$

Die Schaltung verhält sich ohmsch-kapazitiv, da  $0^\circ > \varphi > -90^\circ$ .

WS3) Spulenwiderstand:

$$U_0 = \sqrt{R_{Sp}^2 + X_{Sp}^2} \cdot I_{RL} = \sqrt{R_{Sp}^2 + (\omega L_{Sp})^2} \cdot I_{RL}$$
$$R_{Sp} = \sqrt{\left(\frac{U_0}{I_{RL}}\right)^2 - (\omega L_{Sp})^2} = \sqrt{\left(\frac{10 \text{ V}}{6,95 \text{ mA}}\right)^2 - (2\pi \cdot 162,75 \text{ Hz} \cdot 1200 \text{ mH})^2}$$
$$= 751,33 \Omega$$

WS4) Phasenresonanzfrequenz ermitteln:

Für die Phasenresonanzfrequenz gilt, dass Gesamtstrom  $\underline{I}$  und die Spannung  $\underline{U}_0$  in Phase liegen, weshalb der Imaginärteil der Impedanz zu Null werden muss. Da hier die Parallelschaltung betrachtet wird, ist es rechnerisch einfacher, die Admittanz zu betrachten.

$$\underline{Y} = j\omega C + \frac{1}{R_{Sp} + j\omega L_{Sp}} \cdot \frac{R_{Sp} - j\omega L_{Sp}}{R_{Sp} - j\omega L_{Sp}} = j\omega C + \frac{R_{Sp} - j\omega L_{Sp}}{R_{Sp}^2 + (\omega L_{Sp})^2}$$
$$= \frac{R_{Sp}}{R_{Sp}^2 + (\omega L_{Sp})^2} + j \cdot \left( \omega C - \frac{\omega L_{Sp}}{R_{Sp}^2 + (\omega L_{Sp})^2} \right)$$

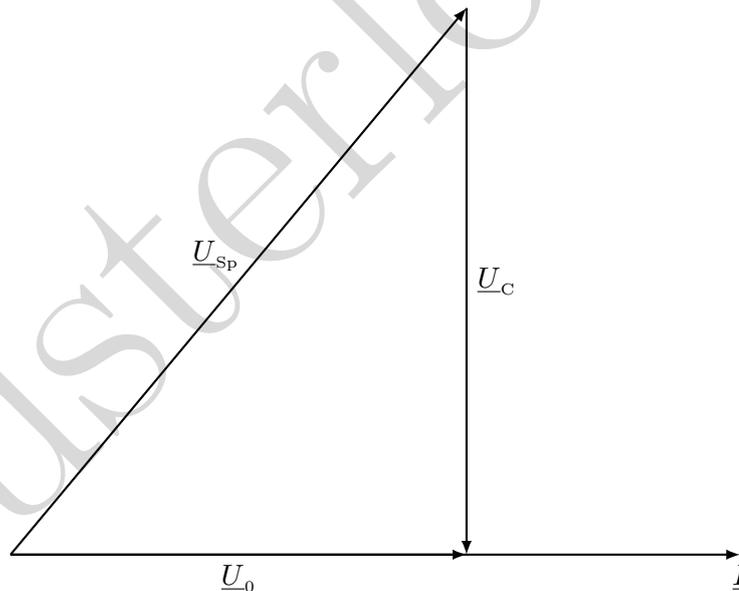
Blindleitwert zu Null setzen:

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}\{\underline{Y}\} = 0 &= \omega_{\text{res}} C - \frac{\omega_{\text{res}} L_{\text{Sp}}}{R_{\text{Sp}}^2 + (\omega_{\text{res}} L_{\text{Sp}})^2} \\ 0 &= \omega_{\text{res}}^3 L_{\text{Sp}}^2 C + \omega_{\text{res}} C R_{\text{Sp}}^2 - \omega_{\text{res}} L_{\text{Sp}} \\ 0 &= \omega_{\text{res}}^2 L_{\text{Sp}}^2 C + C R_{\text{Sp}}^2 - L_{\text{Sp}} \\ \omega_{\text{res}} &= \sqrt{\frac{L_{\text{Sp}} - C R_{\text{Sp}}^2}{L_{\text{Sp}}^2 C}} \\ f_{\text{res}} &= \sqrt{\frac{L_{\text{Sp}} - C R_{\text{Sp}}^2}{L_{\text{Sp}}^2 C}} \cdot \frac{1}{2\pi} \\ f_{\text{res}} &= \sqrt{\frac{1200 \text{ mH} - 680 \text{ nF} \cdot (750 \Omega)^2}{(1200 \text{ mH})^2 \cdot 680 \text{ nF}}} \cdot \frac{1}{2\pi} = 145,42 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Für die Berechnung des Phasenwinkels des Spulenstromes wird zunächst die Impedanz der Spule ermittelt:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{RL}} &= R_{\text{Sp}} + j\omega L_{\text{Sp}} = 750 \Omega + j \cdot 2\pi \cdot 145,42 \text{ Hz} \cdot 1200 \text{ mH} = 1328,41 \Omega \cdot e^{j55,63^\circ} \\ \varphi_Z &= \varphi_U - \varphi_{\text{Sp}} = 55,63^\circ \\ \varphi_{\text{Sp}} &= \varphi_U - \varphi_Z = 30^\circ - 55,63^\circ = -25,63^\circ \end{aligned}$$

WS5) Qualitatives Zeigerbild:



WS6) Betrag der Spulenspannung bestimmen:

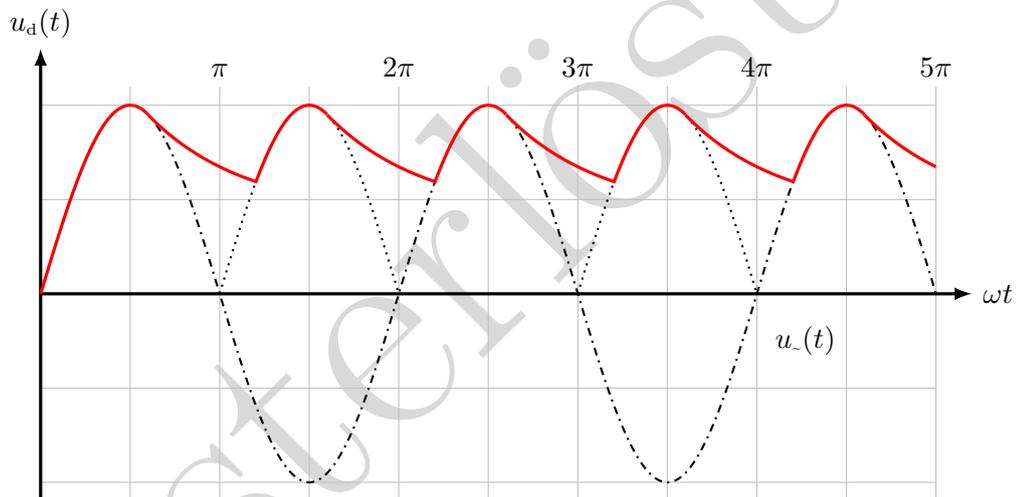
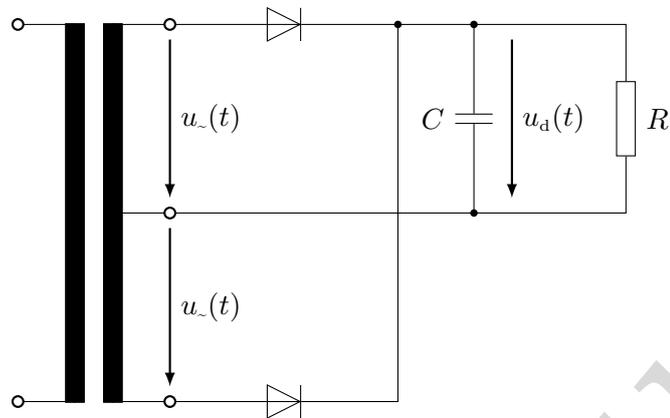
$$\underline{U}_{\text{Sp}} = U_0 + jU_C = 10 \text{ V} + j12,08 \text{ V} = 15,68 \text{ V} \cdot e^{j50,38^\circ}$$

Bauteilwerte der Induktivität:

$$\begin{aligned} R_{\text{Sp}} &= \frac{\operatorname{Re}\{\underline{U}_{\text{Sp}}\}}{I} = \frac{U}{I} = \frac{10 \text{ V}}{18,18 \text{ mA}} = 550,06 \Omega \\ X_{\text{Sp}} &= \frac{\operatorname{Im}\{\underline{U}_{\text{Sp}}\}}{I} = \frac{U_C}{I} = \frac{12,08 \text{ V}}{18,18 \text{ mA}} = 664,47 \Omega \end{aligned}$$

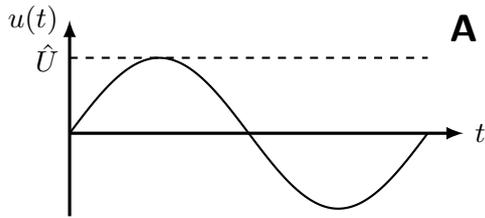
## 5. Kurzfragen zur Elektrotechnik 2 (18 Punkte)

KF1) Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der gleichgerichteten Spannung  $u_d(t)$  der folgenden Schaltung in das gegebene Diagramm ein! 1 P.



KF2) Gegeben sind folgende Spannungsverläufe mit gleichem  $\hat{U}$ .

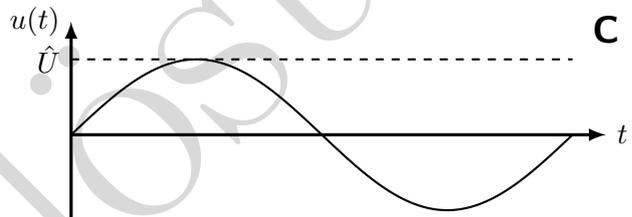
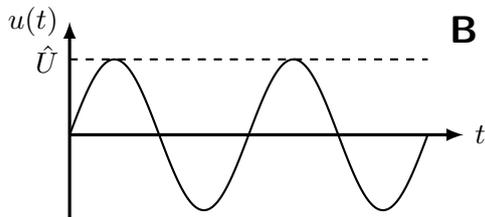
3 P.



a) Vergleichen Sie den Effektivwert des gegebenen Spannungsverlaufs A mit dem Gleichrichtwert und Mittelwert mit =, < und >.

Effektivwert  $u_{A,\text{eff}}$   Gleichrichtwert  $|\bar{u}_A|$

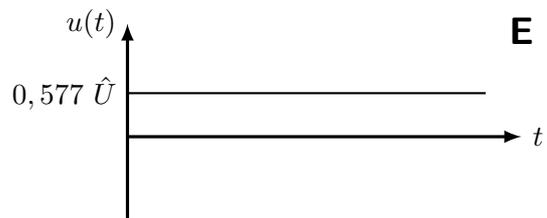
Effektivwert  $u_{A,\text{eff}}$   Mittelwert  $\bar{u}_A$



b) Vergleichen Sie den Effektivwert des Spannungsverlaufs A mit dem Effektivwert der Spannungsverläufe B und C mit =, < und >.

Effektivwert  $u_{A,\text{eff}}$   Effektivwert  $u_{B,\text{eff}}$

Effektivwert  $u_{A,\text{eff}}$   Effektivwert  $u_{C,\text{eff}}$



c) Vergleichen Sie den Effektivwert des Spannungsverlaufs A mit dem Effektivwert der Spannungsverläufe D und E mit =, < und >.

Effektivwert  $u_{A,\text{eff}}$    $0,707 \hat{U}$

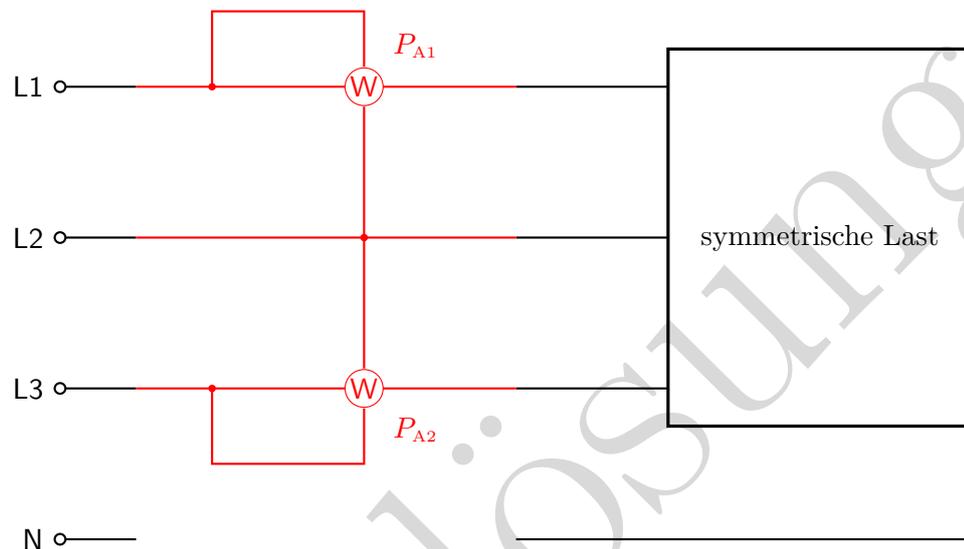
Effektivwert  $u_{A,\text{eff}}$    $0,577 \hat{U}$

KF3) An einer unbekanntem symmetrischen Drehstromlast werden mit einer Leistungsmessung per Aron-Schaltung folgende Werte ermittelt: 3 P.

$$P_{A1} = 30 \text{ W}$$

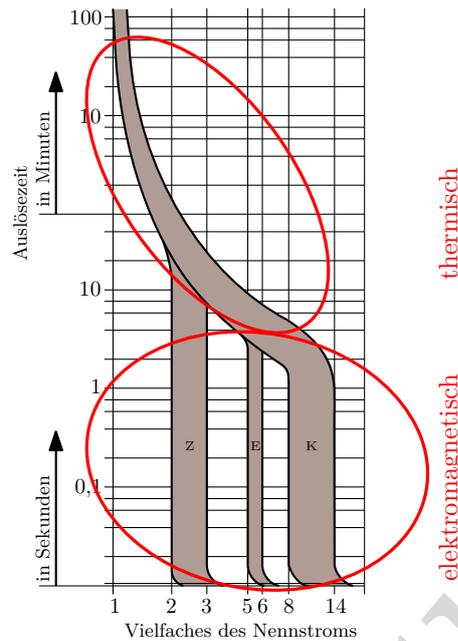
$$P_{A2} = 50 \text{ W}$$

- a) Zeichnen Sie die Messgeräte zur Bestimmung der Leistungen  $P_{A1}$  und  $P_{A2}$  in das Schaltbild ein. Achten Sie auf vollständige Beschriftung.



- b) Berechnen Sie aus  $P_{A1}$  und  $P_{A2}$  den Phasenwinkel  $\cos \varphi$  der symmetrischen Last!

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \cos \left( \arctan \left( \frac{Q}{P} \right) \right) = \cos \left( \arctan \left( \frac{\sqrt{3} \cdot (P_{A2} - P_{A1})}{P_{A1} + P_{A2}} \right) \right) \\ &= \cos \left( \arctan \left( \frac{\sqrt{3} \cdot (50 \text{ W} - 30 \text{ W})}{30 \text{ W} + 50 \text{ W}} \right) \right) = 0,92 \end{aligned}$$



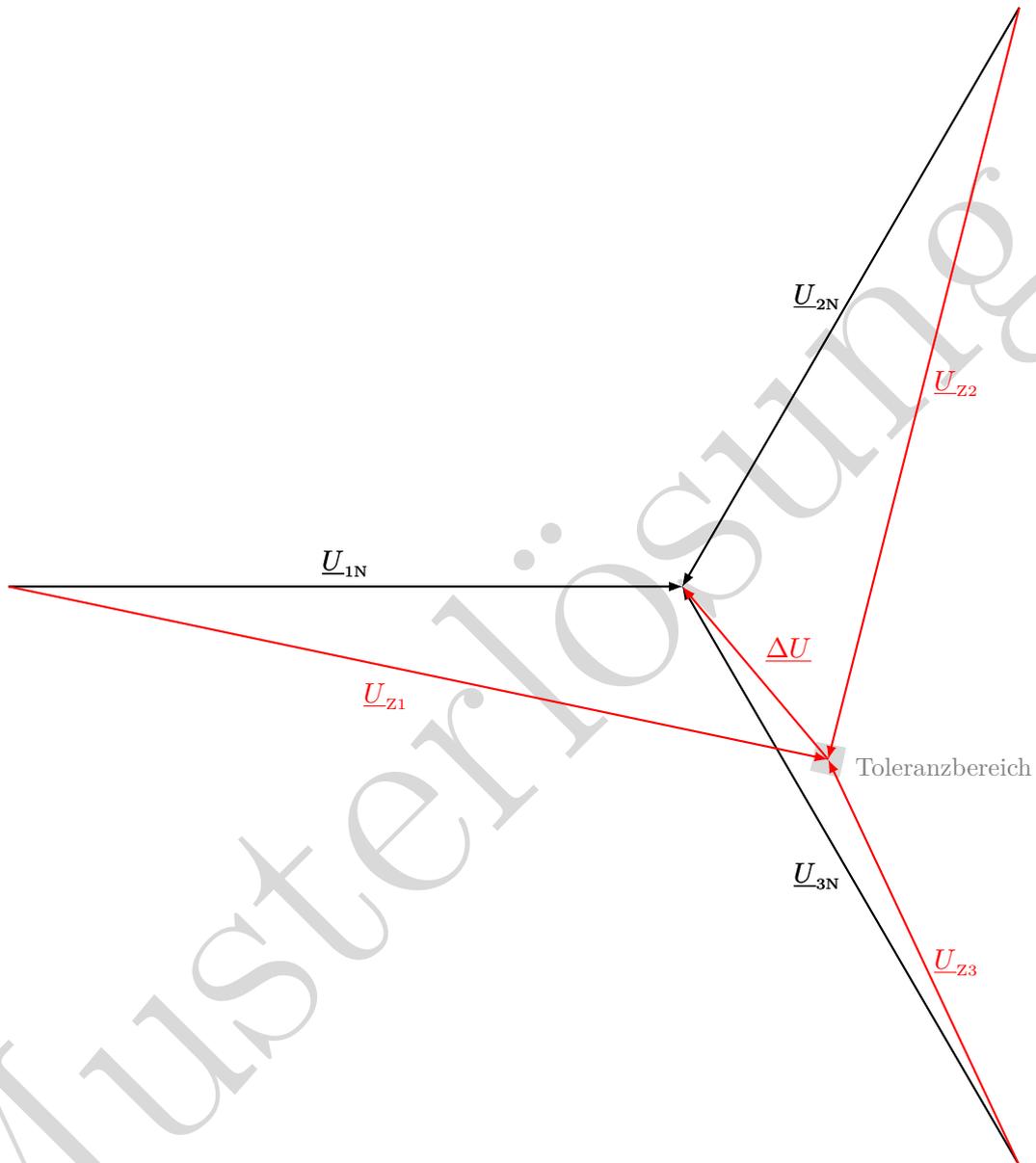
- a) Kennzeichnen Sie in den Kennlinien die Bereich der beiden Auslösemechanismen und benennen Sie diese!
- b) In einem TT-Netz sind Sicherungen mit Z-Charakteristik und einem Nennstrom  $I_N = 8 \text{ A}$  verbaut. Bei einem Fehler fließt ein Fehlerstrom von  $I_F = 12 \text{ A}$ . In welchem Zeitbereich löst die Sicherung aus?

$$\frac{I_F}{I_N} = \frac{12 \text{ A}}{8 \text{ A}} = 1,5 \quad \rightarrow \quad \text{Auslösezeitraum 2 min bis 10 min}$$

- c) Die Sicherung soll gegen eine Sicherung mit E-Charakteristik und einem Nennstrom von  $I_N = 6 \text{ A}$  getauscht werden. Wie groß müsste der Fehlerstrom  $I_F$  mindestens sein, damit die Sicherung elektromagnetisch auslöst?

elektromagnetisches Auslösen bei mindestens 6-fachen Nennstrom  $\rightarrow I_F \geq 36 \text{ A}$

KF5) An einem Drehstromnetz mit unsymmetrischen Verbraucher stellen sich folgende Spannungen 4 P.  
 ein:  $\underline{U}_{1N} = 230 \text{ V} \cdot e^{j0^\circ}$  und  $\underline{U}_{z1} = 286 \text{ V} \cdot e^{-j12^\circ}$ . Bestimmen Sie **zeichnerisch** die Sternpunktverschiebung  $\underline{\Delta U}$  nach Betrag und Phase. Verwenden Sie dazu das abgebildete Zeigerbild (Maßstab:  $25 \text{ V} \hat{=} 1 \text{ cm}$ ) als Hilfestellung.



$$\underline{\Delta U} = 77,5 \text{ V} \cdot e^{j130^\circ}$$

alternativ bei  $\underline{\Delta U}$  in Richtung neuer Sternpunkt:

$$\underline{\Delta U} = 77,5 \text{ V} \cdot e^{-j50^\circ}$$

KF6) Gegeben ist ein idealer Transformator mit folgenden Daten:

3 P.

$$U_{1N} = 400 \text{ V}$$

$$N_2 = 60 \text{ Wdg.}$$

$$f_N = 50 \text{ Hz}$$

An einem ohmschen Lastwiderstand  $R_L = 20 \Omega$  auf der Sekundärseite soll im Nennbetrieb eine Leistung  $P_L = 80 \text{ W}$  umgesetzt werden. Bestimmen Sie die notwendige Windungszahl auf der Primärseite  $N_1$ .

$$P_L = \frac{U_2^2}{R_L} \Rightarrow U_2 = \sqrt{P_L \cdot R_L} = \sqrt{80 \text{ W} \cdot 20 \Omega} = 40 \text{ V}$$

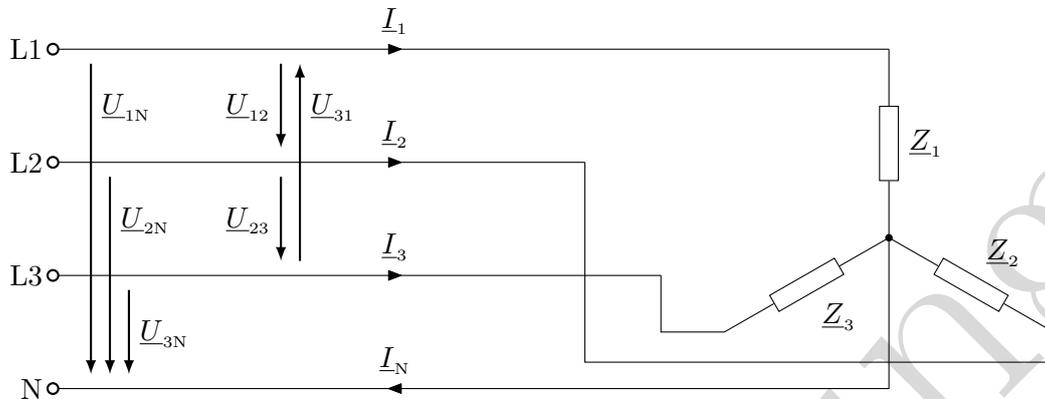
$$\ddot{u} = \frac{U_{1N}}{U_2} = \frac{400 \text{ V}}{40 \text{ V}} = 10$$

$$\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} \Leftrightarrow N_1 = N_2 \cdot \ddot{u} = 60 \text{ Wdg.} \cdot 10 = 600 \text{ Wdg.}$$

Musterlösung

## 6. Drehstrom (22 Punkte)

An ein Dreiphasen-Vierleiternetz (230 V/400 V, 50 Hz) wird eine unsymmetrische Sternschaltung angeschlossen.



In den drei Phasen werden folgende Leistungen ermittelt:

$$P_1 = 17,5 \text{ kW}$$

$$\cos \varphi_1 = 1$$

$$S_2 = 23 \text{ kVA}$$

$$\cos \varphi_2 = 0,72 \text{ (ind.)}$$

$$P_3 = 10 \text{ kW}$$

$$\cos \varphi_3 = 1$$

### Aufgaben:

- DS1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. *Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung.* 4 P.
- DS2) Bestimmen Sie die Impedanzen  $Z_1$ ,  $Z_2$  und  $Z_3$ . 4 P.
- DS3) Die Blindleistung in Strang 2 soll vollständig kompensiert werden. Bestimmen Sie das dafür notwendige Bauelement. 2 P.
- DS4) Zeichnen Sie das für die Kompensation benötigte Bauelement in das obige Ersatzschaltbild ein. (nur GET) 1 P.

Der Verbraucher wird durch eine symmetrische, ohmsch-induktive Last (RL-Reihenschaltung) mit folgenden Bauteilen je Strang ersetzt.

$$R = 50 \Omega$$

$$L = 96 \text{ mH}$$

- DS5) Bestimmen Sie die Wirk-, Blind- und Scheinleistung der Schaltung. (nur GET) 5 P.

Es werden nun die Impedanzen der Schaltung getauscht und der **Neutralleiter** vom Sternpunkt **getrennt**. Die Impedanz  $Z_2$  sei unbekannt. Für die übrigen Impedanzen gelten folgende Werte:

$$Z_1 = 100 \Omega$$

$$Z_3 = 150 \Omega - j75 \Omega$$

- DS6) Berechnen Sie den Wert der Impedanz  $Z_2$ , wenn eine Spannung von  $U_{Z2} = 225,41 \text{ V} \cdot e^{-j103,69^\circ}$  über dieser gemessen wird. 6 P.

## Lösung

DS1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

DS2) Widerstandswerte:

$$\underline{Z}_1 = R_1 = \frac{U_{1N}^2}{P_1} = \frac{(230 \text{ V})^2}{17,5 \text{ kW}} = 3,02 \Omega$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 = \frac{U_{3N}^2}{P_3} = \frac{(230 \text{ V})^2}{10 \text{ kW}} = 5,29 \Omega$$

Impedanz  $\underline{Z}_2$ :

$$\begin{aligned}\underline{Z}_2 &= \underline{U}_{2N} \cdot \frac{U_{2N}^*}{S_2^*} = \frac{U_{2N}^2}{S_2^*} \\ &= \frac{(230 \text{ V})^2}{23 \text{ kVA} \cdot e^{-j \cdot \arccos(0,72)}} = 1,66 \Omega + j1,60 \Omega = 2,3 \Omega \cdot e^{j43,95^\circ}\end{aligned}$$

**Alternativweg 1:**

$$\begin{aligned}\underline{Z}_2 &= \frac{S_2 \cdot \cos \varphi_2}{I^2} + j \frac{S_2 \cdot \sin(\arccos \varphi_2)}{I^2} = \frac{U_{2N}^2 \cdot \cos \varphi_2}{S_2} + j \frac{U_{2N}^2 \cdot \sin(\arccos \varphi_2)}{S_2} \\ &= \frac{(230 \text{ V})^2 \cdot 0,72}{23 \text{ kVA}} + j \frac{(230 \text{ V})^2 \cdot \sin(\arccos 0,72)}{23 \text{ kVA}} \\ &= 1,66 \Omega + j1,60 \Omega = 2,3 \Omega \cdot e^{j43,95^\circ}\end{aligned}$$

**Alternativweg 2:**

$$\begin{aligned}\underline{Z}_2 &= \frac{U_{2N}^2}{S_2} \cdot e^{j\varphi} \\ &= \frac{(230 \text{ V})^2}{23 \text{ kVA}} \cdot e^{j \cdot \arccos(0,72)} = 1,66 \Omega + j1,60 \Omega = 2,3 \Omega \cdot e^{j43,95^\circ}\end{aligned}$$

DS3) Blindleistungskompensation:

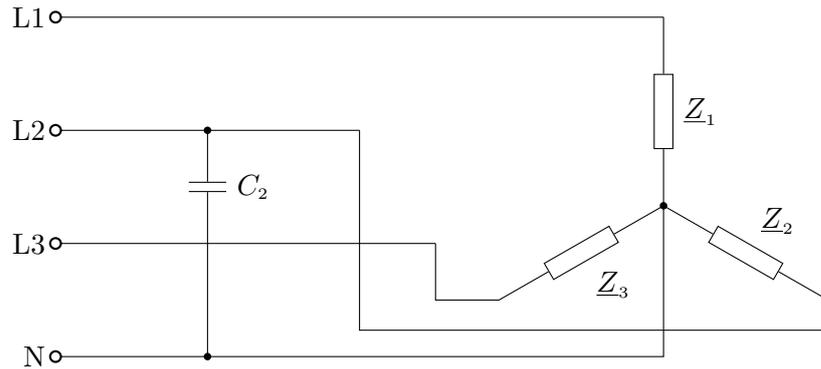
- Berechnung der induktiven Blindleistung in Strang 2:

$$-Q_C = Q_2 = S_2 \cdot \sin(\arccos 0,72) = 23 \text{ kVA} \cdot \sin 43,95^\circ = 15.962,70 \text{ var}$$

- Die Kapazität des Kondensators bestimmt sich direkt aus der Spannung und Reaktanz:

$$\begin{aligned}Q_C = \frac{U_{2N}^2}{X_C} = -\omega C_2 \cdot U_{2N}^2 &\quad \Rightarrow \quad C_2 = -\frac{Q_C}{\omega \cdot U_{2N}^2} \\ C_2 &= -\frac{-15.962,70 \text{ var}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot (230 \text{ V})^2} = 960,51 \mu\text{F}\end{aligned}$$

DS4) Ersatzschaltbild mit Kompensation:



DS5) Bestimmung der Wirk-, Blind- und Scheinleistung:

- Bestimmung der Impedanz und des Stromes:

$$\underline{Z} = R + jX_L = 50 \Omega + j \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 96 \text{ mH} = 50 \Omega + j30,16 \Omega = 58,39 \Omega \cdot e^{j31,1^\circ}$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230 \text{ V}}{58,39 \Omega} = 3,94 \text{ A}$$

- Leistung:

$$P = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 230 \text{ V} \cdot 3,94 \text{ A} \cdot \cos(31,1^\circ) = 2,33 \text{ kW}$$

$$Q = 3 \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 230 \text{ V} \cdot 3,94 \text{ A} \cdot \sin(31,1^\circ) = 1,40 \text{ kvar}$$

$$S = 3 \cdot U \cdot I = 3 \cdot 230 \text{ V} \cdot 3,94 \text{ A} = 2,72 \text{ kVA}$$

DS6) Berechnung der Impedanz  $Z_2$ :

- Ermittlung der Ströme in den Leitern aus den Maschengleichungen:

$$U_{12} = U_{Z1} - U_{Z2} = I_1 \cdot Z_1 - U_{Z2}$$

$$I_1 = \frac{U_{12} + U_{Z2}}{R_1} = \frac{400 \text{ V} \cdot e^{j30^\circ} + 225,41 \text{ V} \cdot e^{-j103,69^\circ}}{100 \Omega} = 2,94 \text{ A} \cdot e^{-j3,71^\circ}$$

$$U_{23} = U_{Z2} - U_{Z3} = U_{Z2} - I_3 \cdot Z_3$$

$$I_3 = \frac{U_{Z2} - U_{23}}{Z_3} = \frac{225,41 \text{ V} \cdot e^{-j103,69^\circ} - 400 \text{ V} \cdot e^{-j90^\circ}}{150 \Omega - j75 \Omega} = 1,13 \text{ A} \cdot e^{j132,99^\circ}$$

$$I_2 = -(I_1 + I_3) = -(2,94 \text{ A} \cdot e^{-j3,71^\circ} + 1,13 \text{ A} \cdot e^{j132,99^\circ}) = 2,25 \text{ A} \cdot e^{-j163,61^\circ}$$

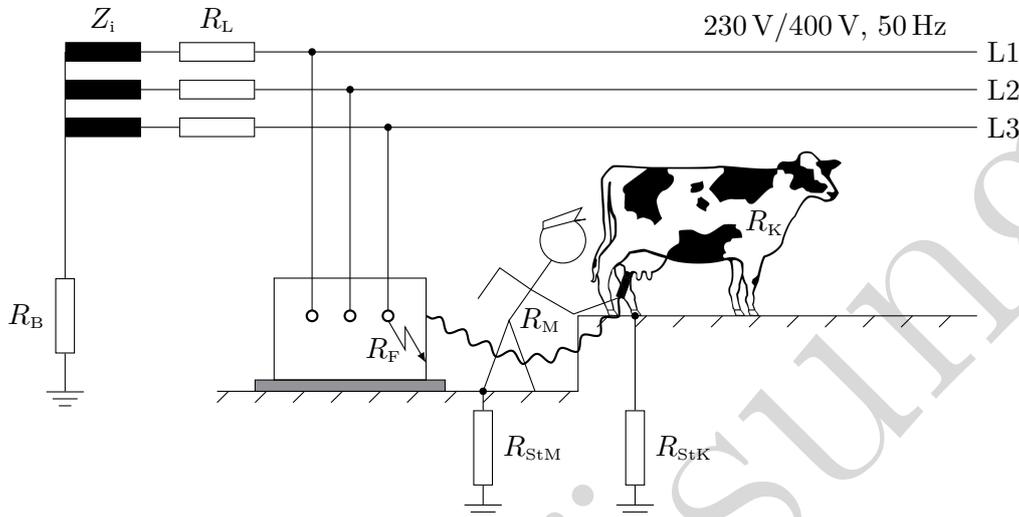
- Berechnung der Impedanz  $Z_2$ :

$$\underline{Z}_2 = \frac{U_{Z2}}{I_2} = \frac{225,41 \text{ V} \cdot e^{-j103,69^\circ}}{2,25 \text{ A} \cdot e^{-j163,61^\circ}} = 100,18 \Omega \cdot e^{j59,92^\circ}$$

## 7. Schutzmaßnahmen (22 Punkte)

In einem landwirtschaftlichen Betrieb hat die Melkmaschine einen Gehäuseschluss des Leiters L3. Die Maschine ist nicht eingeschaltet ( $R_V \rightarrow \infty$ ) und steht auf isoliertem Untergrund.

Nehmen Sie an, dass die gesamte Maschine (inkl. Melkschlauch und Melkbecher) aus einem leitendem Material besteht.



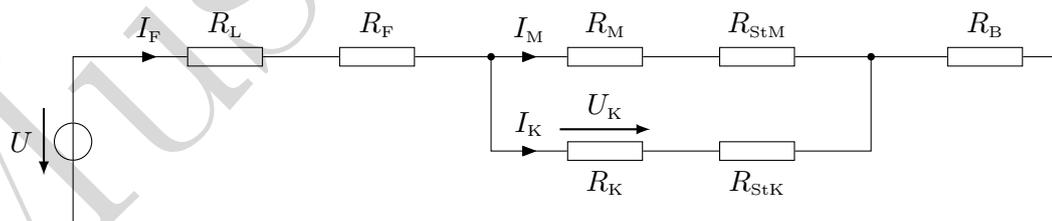
$$\begin{array}{llll}
 R_L = 2 \Omega & R_F = 10 \Omega & R_M = 3 \text{ k}\Omega & R_{StM} = 11 \text{ k}\Omega \\
 R_K = 350 \Omega & R_{StK} = 50 \Omega & R_B = 4 \Omega & 
 \end{array}$$

### Aufgaben:

Die zulässigen Grenzwerte der Kuh betragen  $U_K = 25 \text{ V}$  und  $I_K = 71,4 \text{ mA}$ .

SM1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. *Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung.* 4 P.

SM2) Bestimmen Sie den Gesamtwiderstand  $R_{ges}$ , den Fehlerstrom  $I_F$  sowie die Berührungsspannung der Kuh  $U_K$  für den dargestellten Fehlerfall. Ist das Tier gefährdet? Begründen Sie Ihre Antwort. 6 P.



Nun soll derselbe Fehlerfall unter Anwendung der Schutzmaßnahme „Schutzerdung“ betrachtet werden. Dazu wird die Maschine am Standort geerdet, wobei der Erdungswiderstand  $R_E = 2,5 \Omega$  beträgt.

SM3) Wie groß sind nun der Fehlerstrom  $I_F$  und die Berührungsspannung der Kuh  $U_K$ ? Ist das Tier weiterhin gefährdet? Begründen Sie Ihre Antwort. (nur GET) 6 P.

Im Folgendem soll eine alternative Schutzmaßnahme untersucht werden. Die Maschine wird nun in einem TN-S-Netz an den Schutzleiter mit dem Widerstand  $R_{PE}$  angeschlossen werden.

SM4) Bestimmen Sie den maximal zulässigen Widerstand des Schutzleiters  $R_{PE}$ , sodass die Kuh im Fehlerfall geschützt ist. Der maximal zulässige Körperstrom der Kuh beträgt für diesen Fall  $I_{K,max} = 70 \text{ mA}$ . 6 P.

## Lösung

SM1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

SM2) • Gesamtwiderstand:

$$\begin{aligned} R_{\text{ges}} &= R_L + R_F + \frac{(R_M + R_{\text{StM}}) \cdot (R_K + R_{\text{StK}})}{R_M + R_{\text{StM}} + R_K + R_{\text{StK}}} + R_B \\ &= 2 \Omega + 10 \Omega + \frac{(3 \text{ k}\Omega + 11 \text{ k}\Omega) \cdot (350 \Omega + 50 \Omega)}{3 \text{ k}\Omega + 11 \text{ k}\Omega + 350 \Omega + 50 \Omega} + 4 \Omega \\ &= 404,89 \Omega \end{aligned}$$

• Fehlerstrom:

$$I_F = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = \frac{230 \text{ V}}{404,89 \Omega} = 568,06 \text{ mA}$$

• Strom durch die Kuh:

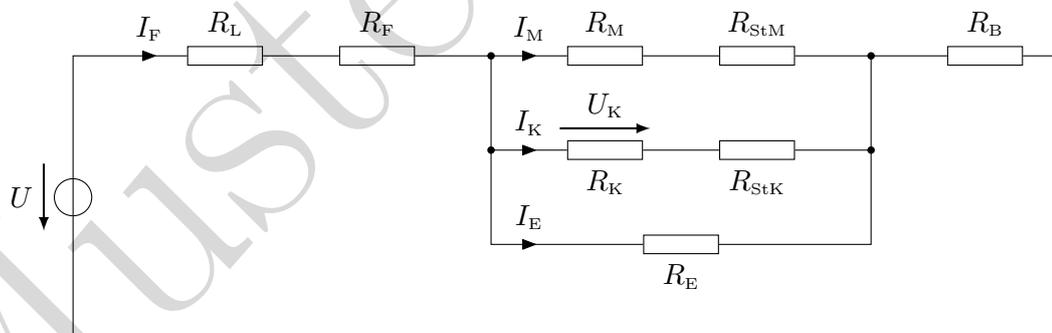
$$\begin{aligned} I_K &= I_F \cdot \frac{R_M + R_{\text{StM}}}{R_M + R_{\text{StM}} + R_K + R_{\text{StK}}} \\ &= 568,06 \text{ mA} \cdot \frac{3 \text{ k}\Omega + 11 \text{ k}\Omega}{3 \text{ k}\Omega + 11 \text{ k}\Omega + 350 \Omega + 50 \Omega} = 552,28 \text{ mA} \end{aligned}$$

• Berührspannung der Kuh:

$$U_K = I_K \cdot R_K = 552,28 \text{ mA} \cdot 350 \Omega = 193,30 \text{ V}$$

• Die Kuh ist gefährdet, da  $U_K = 193,30 \text{ V} > 25 \text{ V}$ .

SM3) Schutzerdung:



• Gesamtwiderstand:

$$\begin{aligned} R_{\text{ges}} &= R_L + R_F + \left( \frac{1}{R_M + R_{\text{StM}}} + \frac{1}{R_K + R_{\text{StK}}} + \frac{1}{R_E} \right)^{-1} + R_B \\ &= 2 \Omega + 10 \Omega + \left( \frac{1}{3 \text{ k}\Omega + 11 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{350 \Omega + 50 \Omega} + \frac{1}{2,5 \Omega} \right)^{-1} + 4 \Omega \\ &= 18,48 \Omega \end{aligned}$$

• Fehlerstrom:

$$I_F = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = \frac{230 \text{ V}}{18,48 \Omega} = 12,45 \text{ A}$$

- Strom durch die Kuh:

$$R_{\text{ers}} = \left( \frac{1}{R_M + R_{\text{StM}}} + \frac{1}{R_K + R_{\text{StK}}} + \frac{1}{R_E} \right)^{-1}$$

$$I_K = I_F \cdot \frac{R_{\text{ers}}}{R_K + R_{\text{StK}}}$$

$$= 12,45 \text{ A} \cdot \frac{1}{350 \Omega + 50 \Omega} \cdot \left( \frac{1}{3 \text{ k}\Omega + 11 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{350 \Omega + 50 \Omega} + \frac{1}{2,5 \Omega} \right)^{-1}$$

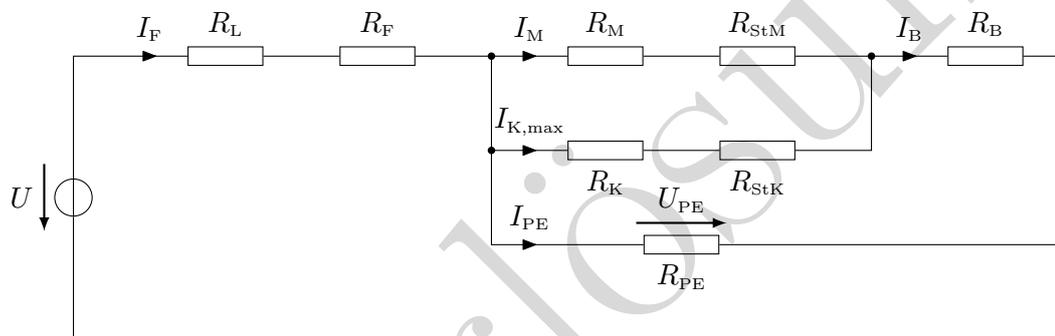
$$= 77,32 \text{ mA}$$

- Berührungsspannung der Kuh:

$$U_K = I_K \cdot R_K = 77,32 \text{ mA} \cdot 350 \Omega = 27,06 \text{ V}$$

- Die Kuh ist weiterhin gefährdet, da  $U_K = 27,06 \text{ V} > 25 \text{ V}$ .

SM4) Schutzleiterwiderstand auslegen:



- Strom durch den Erdungswiderstand des Transformators:

$$I_B = I_{K,\text{max}} + I_M = I_{K,\text{max}} + \frac{I_{K,\text{max}} \cdot (R_K + R_{\text{StK}})}{R_M + R_{\text{StM}}}$$

$$= 70 \text{ mA} + \frac{70 \text{ mA} \cdot (350 \Omega + 50 \Omega)}{3 \text{ k}\Omega + 11 \text{ k}\Omega}$$

$$= 72 \text{ mA}$$

- Spannungsabfall über den Schutzleiter:

$$U_{\text{PE}} = I_{K,\text{max}} \cdot (R_K + R_{\text{StK}}) + I_B \cdot R_B$$

$$= 70 \text{ mA} \cdot (350 \Omega + 50 \Omega) + 72 \text{ mA} \cdot 4 \Omega$$

$$= 28,29 \text{ V}$$

- größtmöglicher Fehlerstrom:

$$I_F = \frac{U - U_{\text{PE}}}{R_L + R_F} = \frac{230 \text{ V} - 28,29 \text{ V}}{2 \Omega + 10 \Omega} = 16,81 \text{ A}$$

- Strom über Schutzleiter:

$$I_{\text{PE}} = I_F - I_B = 16,81 \text{ A} - 72 \text{ mA} = 16,74 \text{ A}$$

- Größe Schutzleiterwiderstand:

$$R_{\text{PE}} = \frac{U_{\text{PE}}}{I_{\text{PE}}} = \frac{28,29 \text{ V}}{16,74 \text{ A}} = 1,69 \Omega$$

## 8. Transformator (22 Punkte)

Für das Netzteil eines Ladegeräts eines akkubetriebenen Staubsaugers soll ein einphasiger Transformator mit einer Primärspannung von  $U_{1N} = 230\text{ V}$ , einem Übersetzungsverhältnis von  $\ddot{u} = 10$  und einem Sekundärstrom von  $I_{2N} = 4\text{ A}$  ausgelegt werden. Anschließend wird Sekundärspannung gleichgerichtet.

### Aufgaben:

- TR1) Geben Sie bei allen Teilaufgaben einen Ansatz mit entsprechenden Indizes an, setzen Sie auch in Zwischenschritten Zahlenwerte ein und verwenden Sie die richtigen Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche. *Diese Teilaufgabe erfordert keine Bearbeitung.* 4 P.

Beim Leerlaufversuch des Transformators wurden folgende Daten gemessen:

$$P_0 = 12\text{ W}$$

$$I_0 = 80\text{ mA}$$

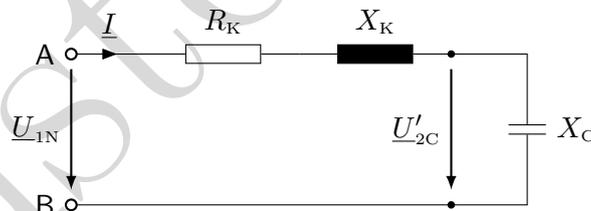
- TR2) Berechnen Sie den Eisenverlustwiderstand  $R_{Fe}$  und die Hauptfeldinduktivität  $L_h$ . 5 P.

Beim Kurzschlussversuch wurde  $\cos \varphi_k = 0,25$  gemessen. Auf der Sekundärseite wird eine Spule aus Kupferdraht ( $A_{Cu} = 5\text{ mm}^2$  und  $\rho_{Cu,20} = 0,0172\text{ }\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ ) mit  $N_2 = 50$  Windungen und einem mittleren Windungsdurchmesser von  $d_w = 0,6\text{ cm}$  verwendet.

- TR3) Berechnen Sie für den Kurzschlussfall bei einer Temperatur von  $20\text{ }^\circ\text{C}$  die zusammengefassten Wicklungswiderstände und Streureaktanzen ( $R_K, X_K$ ) sowie die relative Kurzschlussspannung  $u_k$ . (nur GET) 6 P.

- TR4) Bestimmen Sie die magnetische Induktion  $\hat{B}$ , auf die der Eisenkern ausgelegt werden muss, damit ein Eisenquerschnitt von  $A_{Fe} = 10\text{ cm}^2$  realisiert werden kann. 2 P.

An einen Transformator wird eine Kapazität angeschlossen. Vereinfacht kann bei Belastung eines Transformators vom Kurzschluss-Ersatzschaltbild ausgegangen werden:



- TR5) Zeigen Sie für diesen Belastungsfall mit Hilfe eines geeigneten qualitativen Zeigerbilds, das gilt: 5 P.

$$|\underline{U}'_{2C}| > |\underline{U}_{1N}|$$

## Lösung

TR1) Formale Bewertung: Es wurden alle Einheiten und gegebenenfalls Unterstriche richtig verwendet und in allen Zwischenschritten Zahlenwerte eingesetzt.

TR2) Leerlaufversuch – Eisenverluste und Hauptinduktivität:

$$\begin{aligned}P_0 &= \frac{U_{1N}^2}{R_{Fe}} \Rightarrow R_{Fe} = \frac{U_{1N}^2}{P_0} = \frac{(230 \text{ V})^2}{12 \text{ W}} = 4408,33 \Omega \\I_{Fe} &= \frac{U_{1N}}{R_{Fe}} = \frac{230 \text{ V}}{4408,33 \Omega} = 52,17 \text{ mA} \\I_{\mu} &= \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{(80 \text{ mA})^2 - (52,17 \text{ mA})^2} = 60,64 \text{ mA} \\X_h &= \frac{U_{1N}}{I_{\mu}} = \frac{230 \text{ V}}{60,64 \text{ mA}} = 3792,53 \Omega \\L_h &= \frac{X_h}{\omega} = \frac{3792,53 \Omega}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz}} = 12,07 \text{ H}\end{aligned}$$

**Alternativweg für Hauptfeldreaktanz:**

$$\begin{aligned}S_0 &= U_{1N} \cdot I_0 = 230 \text{ V} \cdot 80 \text{ mA} = 18,4 \text{ VA} \\Q &= \sqrt{S_0^2 - P_0^2} = \sqrt{(18,4 \text{ VA})^2 - (12 \text{ W})^2} = 13,95 \text{ var} \\X_h &= \frac{U_{1N}^2}{Q} = \frac{(230 \text{ V})^2}{13,95 \text{ var}} = 3792,53 \Omega\end{aligned}$$

TR3) Kurzschlussversuch – Wicklungsverluste, Streuverluste und relative Kurzschlussspannung:

$$\begin{aligned}R_2 &= \rho_{Cu,20} \cdot \frac{l}{A_{Cu}} = \rho_{Cu,20} \cdot \frac{\pi \cdot d_w \cdot N_2}{A_{Cu}} \\&= 0,0172 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{\pi \cdot 0,6 \text{ cm} \cdot 50 \text{ Wdg.}}{5 \text{ mm}^2} = 3,24 \text{ m}\Omega \\R_K &= R_1 + R_2' = 2 \cdot R_2' = 2 \cdot \ddot{u}^2 \cdot R_2 = 2 \cdot 10^2 \cdot 3,24 \text{ m}\Omega = 0,65 \Omega \\X_K &= \tan \varphi_K \cdot R_K = \tan(\arccos(0,25)) \cdot 0,65 \Omega = 2,5 \Omega \\Z_K &= \sqrt{R_K^2 + X_K^2} = \sqrt{(0,65 \Omega)^2 + (2,5 \Omega)^2} = 2,592 \Omega \\U_K &= I_N \cdot Z_K = 4 \text{ A} \cdot 2,592 \Omega = 10,4 \text{ V} \\u_K &= \frac{U_K}{U_N} = \frac{10,4 \text{ V}}{230 \text{ V}} = 4,5\%\end{aligned}$$

TR4) Eisenquerschnitt:

$$\begin{aligned}U_1 &= 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe} \\ \hat{B} &= \frac{U_1}{4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot A_{Fe}} = \frac{230 \text{ V}}{4,44 \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 500 \text{ Wdg.} \cdot 10 \text{ cm}^2} = 2 \text{ T}\end{aligned}$$

TR5) kapazitive Belastung:

